Variables conjugadas y medidas compatibles

Medidas incompatibles.

localizada

deslocalizada

$$|\psi\rangle \xrightarrow[x_0]{\text{medir } \hat{X} \text{ y obtener}} |x_0\rangle \xrightarrow{\text{medir } \hat{P} \text{ y obtener } p_0} |p_0\rangle$$

$$\psi(x) \longrightarrow \delta(x-x_0) \longrightarrow \langle x|p_0\rangle = \frac{1}{(2\pi\hbar)^{1/2}} e^{\frac{i}{\hbar}p_0 x}$$

$$\psi(p) \longrightarrow \langle p|x\rangle = \frac{1}{(2\pi\hbar)^{1/2}} e^{-\frac{i}{\hbar}px_0} \longrightarrow \delta(p-p_0)$$

Al medir $\hat{P}$ se borra la información que tenemos de $\hat{X}$.

Medidas compatibles

Medir $\hat{A}$ y obtener a_n proyecta al e-espacio de a_n.
Si tenemos otro observable $\hat{B}$ cuyos e-espacios están contenidos en los de $\hat{A}$ podemos medir $\hat{B}$ sin sacar al sistema del e-espacio de a_n así que al medir $\hat{A}$ de nuevo obtenemos a_n otra vez.

Ejemplo
$$\hat{A} = \left(|0\rangle\langle 0| + |2\rangle\langle 2|\right) - \left(|1\rangle\langle 1| + |3\rangle\langle 3|\right)$$

$$\hat{B} = \left(|0\rangle\langle 0| + 2|1\rangle\langle 1| + 3|2\rangle\langle 2| + 4|3\rangle\langle 3|\right)$$

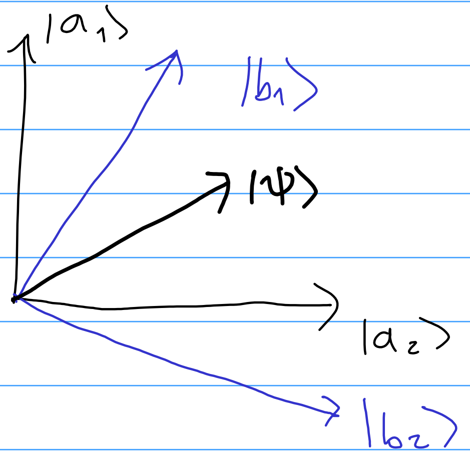
Medir $\hat{A}$ proyecta a pares / impares
Medir $\hat{B}$ no te saca de ahí

Teorema importante: $[A, B] = 0$ sii es posible construir una base ortonormal de e.v. comunes a A y B.

– Podemos medirlos simultáneamente.
Es decir, medir alguno de ellos no borra la información del otro

• Si $[\hat{A}, \hat{B}] \neq 0$ medidas incompatibles.

Explicar esto con un dibujo

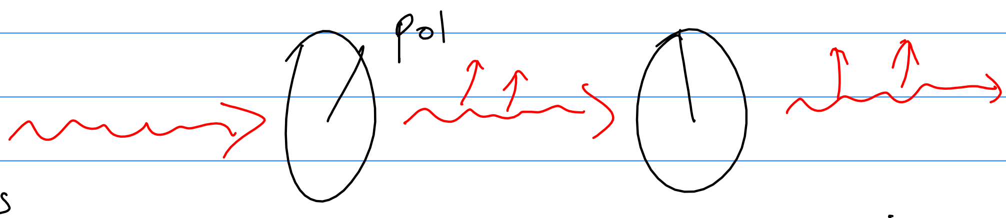


, $\hat{A}|a_i\rangle = a_i|a_i\rangle$
$\hat{B}|b_i\rangle = b_i|b_i\rangle$

Al medir $\hat{A}$ se proyecta hacia $|a_1\rangle$ ó $|a_2\rangle$.

Cuando $[\hat{A}, \hat{B}] \neq 0$, Las bases no coinciden.

Ejemplo familiar: polarización.



Ejemplos

$[R_i, R_j] = 0$ $\quad$ $[P_i, P_j] = 0$ $\quad$ $[R_i, P_j] = i\hbar\delta_{ij}$

$|x, y, z\rangle$ $\quad$ $|p_x, p_y, p_z\rangle$ $\quad$ $|x, p_y, z\rangle$

$|x, y, p_z\rangle$

- Podemos medirlos simultáneamente.

Es decir, medir alguno de ellos no borra la información del otro

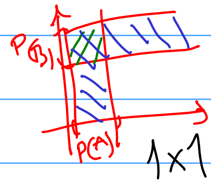
Consideremos $[\hat{A}, \hat{B}] = 0 \to$

distinguir

$$\hat{A}|a_n b_p, i\rangle = a_n |a_n, b_p, i\rangle$$
$$\hat{B}|a_n, b_p, i\rangle = b_p |a_n, b_p, i\rangle$$

¿Cuál es $P(\underset{\text{primero}}{a_n}, \underset{\text{luego}}{b_p})$?

$$P(A|B) = P(A), P(A|B) = \frac{P(A\cap B)}{P(B)} \to P(A\cap B) = P(A|B)P(B) \to P(A\cap B) = P(A)P(B)$$



$P(A\cap B)$

$P(A\cup B)$

$$P(A|B) = \frac{P(A\cap B)}{P(B)}$$

Para normalizar