Recapitulación

$\Delta P \Delta X \geq \frac{\hbar}{2}$

Diferencia entre estados de superposición y mezclas estadísticas.
→ Se pueden distinguir al medir en distintas bases (usar distintos observables).

Interferencia de probabilidades.

Para $|\psi\rangle = \lambda_1|\psi_1\rangle + \lambda_2|\psi_2\rangle$ $\qquad \hat{A}|u_n\rangle = a_n|u_n\rangle$

Prob de obtener a_n si el sistema está en $|\psi_1\rangle$

$$\mathcal{P}(a_n) = |\lambda_1|^2 \mathcal{P}_1(a_n) + |\lambda_2|^2 \mathcal{P}_2(a_n) + 2\,\mathrm{Re}\{\lambda_1\lambda_2^* \langle\psi_2|u_n\rangle\langle u_n|\psi_1\rangle\}$$

Dependiendo de las fases de λ_1 y λ_2 la interferencia puede ser constructiva o destructiva.

Fases globales y relativas

$e^{i\varphi}[a|1\rangle + b|2\rangle]$ $\qquad a|1\rangle + e^{i\varphi}b|2\rangle$

global $\qquad$ relativa

sin significado físico $\qquad$ sí afecta los resultados obtenidos.

CT III D-2

6.4. Sistemas conservativos

- Pensemos que H no depende de t. Entonces se conserva la energía.
- Consideremos la ecuación de eigenvalores para H dada por $H|\varphi_n\rangle = E_n|\varphi_n\rangle$
- Como H no depende de t tampoco dependen los e.v. ni e.V.
- Como los $|\varphi_n\rangle$ forman una base podemos escribir cualquier estado como
$$|\psi(t)\rangle = \sum_n c_n(t)|\varphi_n\rangle$$
con $c_n(t) = \langle\varphi_n|\psi(t)\rangle$.
- La dependencia temporal esta contenida en los $c_n(t)$
- Para calcular $c_n(t)$ usamos la Ec. de Schrödinger $i\hbar\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\langle\varphi_n|\psi(t)\rangle = \langle\varphi_n|H|\psi(t)\rangle$
- Como H es hermitiano podemos evaluar hacia la izquierda y reemplazar por E_n
- Entonces $i\hbar\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}c_n(t) = E_n c_n(t)$
- Integrando $c_n(t) = c_n(t_0)e^{iE_n(t-t_0)/\hbar}$
- Para encontrar la evolución temporal:
  - Escribir $|\psi(t_0)\rangle = \sum_n c_n(t_0)|\varphi_n\rangle$ en términos de una base de e.V. de H
  - Obtener $|\psi(t)\rangle = \sum_n c_n(t_0)e^{iE_n(t-t_0)/\hbar}|\varphi_n\rangle$
- Si $|\psi(t_0)\rangle$ es un e.V. de H entonces
$$|\psi(t)\rangle = e^{iE_n(t-t_0)/\hbar}|\psi(t_0)\rangle$$
en este caso los estados $|\psi(t_0)\rangle$ y $|\psi(t)\rangle$ son físicamente indistinguibles. Las propiedades físicas asociadas a ellos no cambian con el tiempo. Por esto los e.V. son estados estacionaros.
- Mencionar que las fases dentro de la suma si tienen un efecto.
- de este modo, si medimos que el sistema está en un e.V. de energía, permanecerá con esta misma energía.
- ~~Hablar del operador de evolución.~~

(H indep de t) con $H|\varphi_n\rangle = E_n|\varphi_n\rangle$

1) Escribir $|\psi(t_0)\rangle$ en base de $\underbrace{\text{e-vectores de H}}$

$$|\psi(t_0)\rangle = \sum \underbrace{C_n(t_0)}_{\langle\varphi_n|\psi(t_0)\rangle} \underbrace{|\varphi_n\rangle}$$

$H|\varphi_n\rangle = E_n|\varphi_n\rangle$

e-valor de H

2)
$$|\psi(t)\rangle = \sum_n C_n(t_0)e^{-E_n(t-t_0)/\hbar}|\varphi_n\rangle$$

¿Como obtener $|\varphi_n\rangle$ y E_n en primer lugar? Discutiremos esto para la descripción en la base de posición.

CT 1.D

Partículas en potenciales independientes del tiempo

Queremos resolver $H|\psi\rangle = E|\psi\rangle$ $\qquad H = \frac{P^2}{2m} + V(R)$

Proyectando a la base de posición $\{|\vec{r}\rangle\}$

$$\langle\vec{r}|H|\psi\rangle = E\langle\vec{r}|\psi\rangle$$

$$\left(-\frac{\hbar^2}{2m}\nabla^2 + V(\vec{r})\right)\psi(\vec{r}) = E\,\psi(\vec{r})$$ eq de e-valores

Otra forma de llegar a esto:

D-1-a. Existence of stationary states

Let us see if there exist solutions of this equation of the form:

$$\psi(\mathbf{r},t) = \varphi(\mathbf{r})\,\chi(t) \tag{D-2}$$

Substituting (D-2) into (D-1), we obtain:

$$i\hbar\,\varphi(\mathbf{r})\frac{\mathrm{d}\chi(t)}{\mathrm{d}t} = \chi(t)\left[-\frac{\hbar^2}{2m}\,\Delta\varphi(\mathbf{r})\right] + \chi(t)\,V(\mathbf{r})\,\varphi(\mathbf{r}) \tag{D-3}$$

If we divide both sides by the product $\varphi(\mathbf{r})\,\chi(t)$, we find:

$$\frac{i\hbar}{\chi(t)}\,\frac{\mathrm{d}\chi(t)}{\mathrm{d}t} = \frac{1}{\varphi(\mathbf{r})}\left[-\frac{\hbar^2}{2m}\,\Delta\varphi(\mathbf{r})\right] + V(\mathbf{r}) \tag{D-4}$$

This equation equates a function of t only (left-hand side) and a function of $\mathbf{r}$ only (right-hand side). This equality is only possible if each of these functions is in fact a constant, which we shall set equal to $\hbar\omega$, where ω has the dimensions of an angular frequency.

Setting the left-hand side equal to $\hbar\omega$, we obtain for $\chi(t)$ a differential equation which can easily be integrated to give:

$$\chi(t) = A\,\mathrm{e}^{-i\omega t} \tag{D-5}$$

In the same way, $\varphi(\mathbf{r})$ must satisfy the equation:

$$-\frac{\hbar^2}{2m}\,\Delta\varphi(\mathbf{r}) + V(\mathbf{r})\,\varphi(\mathbf{r}) = \hbar\omega\,\varphi(\mathbf{r}) \tag{D-6}$$

If we set $A = 1$ in equation (D-5) [which is possible if we incorporate, for example, the constant A in $\varphi(\mathbf{r})$], we achieve the following result: the function

$$\psi(\mathbf{r},t) = \varphi(\mathbf{r})\,\mathrm{e}^{-i\omega t} \tag{D-7}$$

is a solution of the Schrödinger equation, on the condition that $\varphi(\mathbf{r})$ is a solution of (D-6). The time and space variables are said to have been separated.

Equation (D-6) can therefore be written:

$$\left[-\frac{\hbar^2}{2m}\,\Delta + V(\mathbf{r})\right]\varphi(\mathbf{r}) = E\,\varphi(\mathbf{r}) \tag{D-8}$$

or:

$$\boxed{H\,\varphi(\mathbf{r}) = E\,\varphi(\mathbf{r})} \tag{D-9}$$

where H is the differential operator:

$$\boxed{H = -\frac{\hbar^2}{2m}\,\Delta + V(\mathbf{r})} \tag{D-10}$$

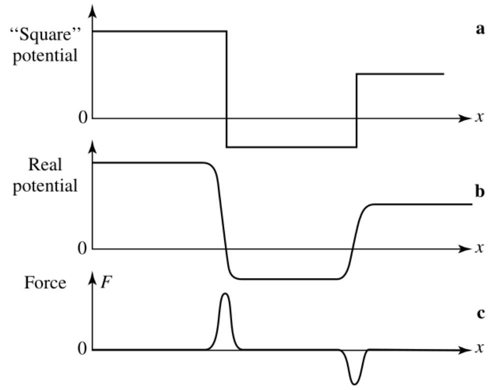
H is a linear operator since, if λ_1 and λ_2 are constants, we have:

$$H\cancel{[\lambda_1\varphi_1(\mathbf{r}) + \lambda_2\varphi_2(\mathbf{r})] = \lambda_1 H\varphi_1(\mathbf{r}) + \lambda_2 H\varphi_2(\mathbf{r})} \tag{D-11}$$

→ Dado un $V(\vec{r})$ se define una ecuación de e-valores

→ $V(\vec{r})$ se escoge según el problema físico a tratar

→ Comenzaremos por tratar problemas en 1D con los potenciales más sencillos.



$F = -\frac{dV}{dx}$