The action functional $S : \mathcal{P}(a, b, \boldsymbol{x}_a, \boldsymbol{x}_b) \to \mathbb{R}$ is defined via

$$S[\boldsymbol{q}] = \int_a^b L(t, \boldsymbol{q}(t), \dot{\boldsymbol{q}}(t))\, dt.$$

A path $\boldsymbol{q} \in \mathcal{P}(a, b, \boldsymbol{x}_a, \boldsymbol{x}_b)$ is a stationary point of S if and only if

$$\boxed{\frac{\partial L}{\partial q^i}(t, \boldsymbol{q}(t), \dot{\boldsymbol{q}}(t)) - \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\frac{\partial L}{\partial \dot{q}^i}(t, \boldsymbol{q}(t), \dot{\boldsymbol{q}}(t)) = 0, \quad i = 1, \dots, n.}$$

Postulados de mecánica clásica

- El estado de un sistema a un tiempo t_0 está dado por 2N coordenadas generalizadas.

N pos $q_i(t_0)$ y N momentos $\dot{q}_i(t_0)$

- Cualquier propiedad del sistema depende del estado. Se puede precedir con certeza el resultado de una medición si se conoce el estado.

- La evolución temporal está dada por las ecuaciones de Euler-Lagrange y queda determindada al especificar las condiciones iniciales. Es decir, al definir las condiciones iniciales se determina el estado del sistema a todo tiempo.

Postulados de Mecánica Cuántica

2.3. Postulados de la Mecánica Cuántica

Cohen-Tannoudji III.B

es un rayo

1. El estado de un sistema físico está definido al especificar un ket (vector) $|\psi(t_0)\rangle \in \mathcal{H}$. Como $\mathcal{H}$ es un espacio vectorial, esto implica el principio de superposición: una combinación lineal de vectores estados es un vector de estado. (en la práctica tomamos un normalizado)

   Estos vectores pueden ser de dimensión infinita. No tienen que ver con los vectores en el espacio geométrico de 3 dimensiones en el que vivimos.

2. Toda cantidad física medible se describe por un operador $A : \mathcal{H} \to \mathcal{H}$ que es **Hermitiano**; a esto se le llama un observable.

3. El único posible resultado de la medición de una cantidad física observable A es uno de los eigenvalores de A.
   - Los eigenvalores de un operador Hermitiano siempre son reales.
   - Si el espectro de A es discreto los resultados que podemos obtener están cuantizados.

4. El siguiente postulado tiene distintas formas dependiendo del espectro de A
   - (Espectro de A discreto y no degenerado) Considerando un ket $|\psi\rangle$ normalizado ($\langle\psi|\psi\rangle = 1$) y un operador A con espectro discreto $A\,|e_i\rangle = a_i\,|e_i\rangle$ donde todos los eigenvalores son distintos y los eigenvectores están normalizados. Entonces podemos escribir

     $$|\psi\rangle = \sum_i c_i\,|e_i\rangle$$

     entonces la probabilidad de obtener el resultado a_i en una medición es

     $$\mathcal{P}(a_i) = |\langle e_i|\psi\rangle|^2. = |c_i|^2$$

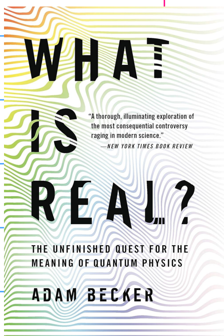
espectro discreto
y no degenerado

4.1 Observable A con $A|e_i\rangle = a_i|e_i\rangle$

Para $|\psi\rangle = c_1|e_1\rangle + c_2|e_2\rangle + \dots + c_N|e_N\rangle$
la probabilidad de obtener a_i es

proyectar a un estado.

$$\mathcal{P}(a_i) = |c_i|^2 = |\langle e_i|\psi\rangle|^2$$
$$= \langle\psi|e_i\rangle\langle e_i|\psi\rangle = \langle\psi|P_{|e_i\rangle}|\psi\rangle$$



Interpretación de Copenhague (Max Born)
Gato de Schrödinger $\dfrac{|\quad\rangle + |\quad\rangle}{\sqrt{2}}$

"Shut up and calculate" David Mermin

4.2 Espectro discreto y degenerado

\# de e.V. que comparten el e.v. i

Algunos e-vals. de A se repiten. Es decir a varios e-vectores ortonormales $|e_i^n\rangle$ con $n = 1, 2, \dots, g_i$ les corresponde este e-valor

no depende de n.

$$A|e_i^n\rangle = a_i|e_i^n\rangle$$

Aún podemos escribir a $|\psi\rangle$ en esta base.

$$|\psi\rangle = \sum_i \sum_{n=1}^{g_i} c_i^n |e_i^n\rangle$$

En este caso

$$\mathcal{P}(a_i) = \sum_{n=1}^{g_i} |c_i^n|^2 = \sum_{n=1}^{g_i} |\langle e_i^n|\psi\rangle|^2 = \sum_{n=1}^{g_i} \langle\psi|e_i^n\rangle\langle e_i^n|\psi\rangle$$
$$= \langle\psi|\Big(\sum_{n=1}^{g_i} |e_i^n\rangle\langle e_i^n|\Big)|\psi\rangle$$

proyector a eigenespacio de a_i

$$= \langle\psi|P_i|\psi\rangle$$

(4.3) Espectros continuos no degenerados

$$A|v_\alpha\rangle = \alpha|v_\alpha\rangle \quad ; \quad |\psi\rangle = \int d\alpha\, c(\alpha)|v_\alpha\rangle$$

espectro $\qquad\qquad \langle\psi|\psi\rangle = 1$

- Los resultados posibles son un continuo, lo que nos interesa es la densidad de prob de obtener un resultado entre α y $\alpha + d\alpha$

densidad de prob $\qquad dP(\alpha) = |c(\alpha)|^2 = |\langle v_\alpha|\psi\rangle|^2$

Si $|\psi\rangle$ no estuviera normalizada

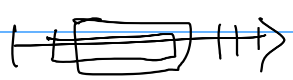
$$dP(\alpha) = \frac{|c(\alpha)|^2}{\langle\psi|\psi\rangle}$$

Probabilidad

$$P(\alpha_1, \alpha_2) = \int_{\alpha_1}^{\alpha_2} dP(\alpha)$$

- la probabilidad de obtener un valor específico siempre es cero. $P(\alpha,\alpha) = 0$

(4.1)



etc.

Hay una infinidad de casos posibles pero en todos se sigue una regla similar.

5 Colapso de la función de onda

(caso no degenerado)

Si medimos y obtenemos a_i y volvemos a medir inmediatamente después obtenemos el mismo resultado

$$|\psi\rangle = \sum c_i |e_i\rangle \longrightarrow |\psi'\rangle = |e_i\rangle$$

antes   después

- Así podemos preparar estados.
- Efecto cuántico de Zenón:
- El proceso de medición no depende de un observador consciente. Es más un efecto de sistema chico interactuando con sistema grande.

(caso degenerado)

$$|\psi\rangle = \sum_i \sum_{n=1}^{g_i} c_i^n |e_i^n\rangle \rightarrow |\psi'\rangle = \frac{\sum_{n=1}^{g_i} c_i^n |e_i^n\rangle}{\sqrt{\sum_{n=1}^{g_i} |c_i^n|^2}} = \frac{P_i|\psi\rangle}{\text{su norma}}$$

6 Evolución temporal

$$i\hbar \frac{d}{dt}|\psi(t)\rangle = H(t)|\psi(t)\rangle$$

Hamiltoniano H se obtiene del clásico remplazando cantidades físicas por operadores.