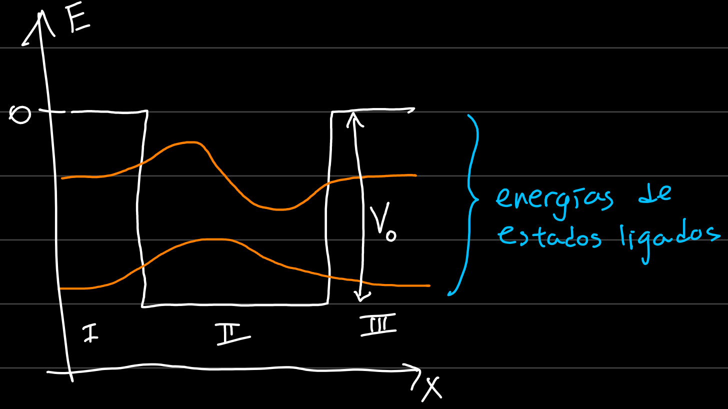
Estados no ligados



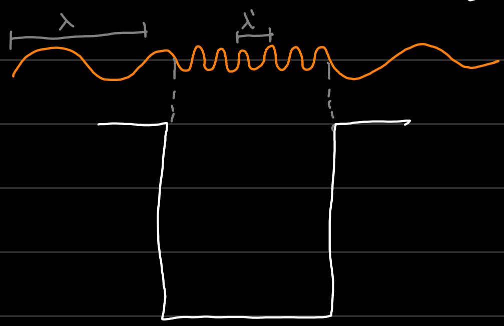
¿Qué pasa para $E>0$?

Para $E>0$

$$\varphi_I(x) = A_1 e^{ikx} + A_1' e^{-ikx}$$
$$\varphi_{II}(x) = A_2 e^{ik'x} + A_2' e^{-ik'x}$$
$$\varphi_{III}(x) = A_3 e^{ikx} + A_3' e^{-ikx}$$

$$k = \sqrt{\frac{2mE}{\hbar^2}} \qquad k' = \sqrt{\frac{2m(E+V_0)}{\hbar^2}}$$

$$E = \frac{\hbar^2 k^2}{2m} \qquad k' > k \qquad \lambda' < \lambda$$



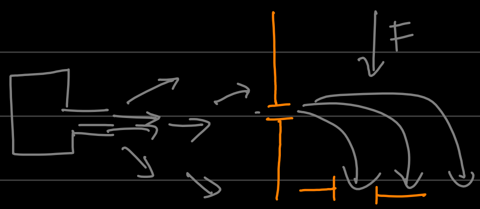
- No se puede normalizar
- No son estados físicos.

- Para partícula libre $H = \frac{p^2}{2m} \rightarrow -\frac{\hbar^2}{2m}\frac{d^2}{dx^2}\varphi(x) = \underset{\frac{\hbar^2 k^2}{2m}}{E}\,\varphi(x)$

- No está cuantizada su energía

$$\varphi(x) = A e^{ikx} \rightarrow |\varphi(x)|^2 = |A|^2 \rightarrow \int_{-\infty}^{\infty} |\varphi(x)|^2 dx = \infty$$

Cómo preparar una partícula en el estado e^{ikx}



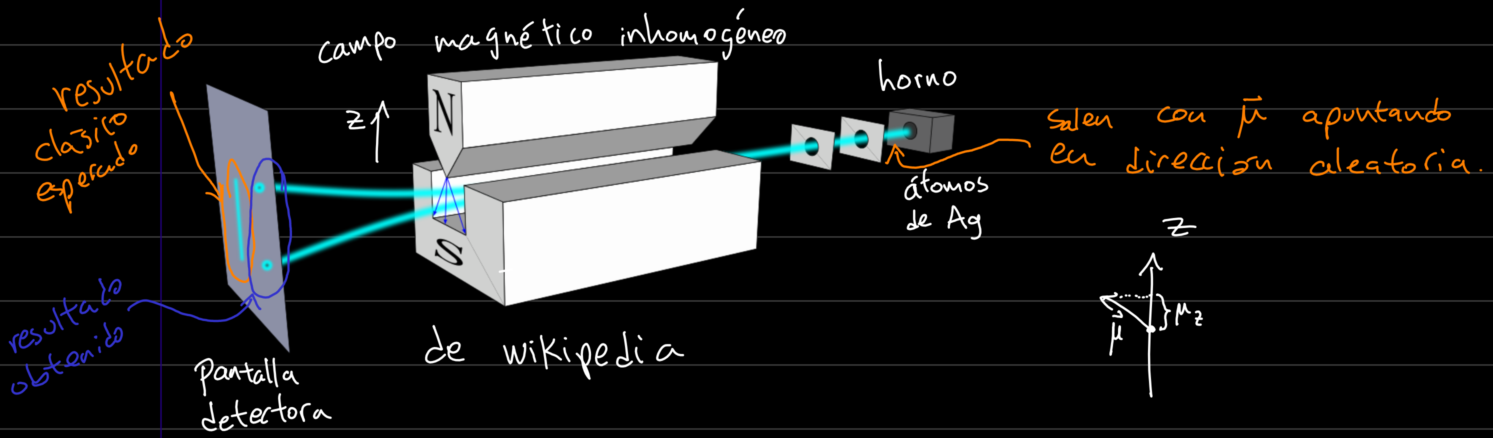
- Para pozo infinito $E_n = \frac{n^2 \pi^2 \hbar^2}{2mL^2}$

$$\Delta E_n = E_{n+1} - E_n = \frac{\pi^2\hbar^2}{2mL^2}\left[(n+1)^2 - n^2\right] = \frac{\pi^2\hbar^2}{2mL^2}\left[\cancel{n^2} + 2n + 1 - \cancel{n^2}\right] = \frac{\pi^2\hbar^2}{2mL^2}(2n+1)$$

$$\Delta E_n \xrightarrow[L\to\infty]{} 0$$

Sistemas con espacios de Hilbert de dimension finita.

Experimento de Stern-Gerlach



de wikipedia

Descripción clásica

- Los átomos de plata tienen momento magnético $\vec{\mu}$
- Energía de interacción es $W = -\vec{\mu}\cdot\vec{B}$ con $\vec{B} = B_z(z)\,\hat{e}_z$

$$F = -\frac{d}{dz}W = \mu_z \frac{dB_z}{dz}$$

- Si $\vec{\mu}$ tiene una magnitud constante, Clasicamente hay un continuo de valores posibles de μ_z, dependiendo de la orientación de $\vec{\mu}$

- En el experimento los átomos se acumulan sólo en dos bonches.
- La componente z de $\vec{\mu}$ parece estar cuantizada.

- Asociaremos a μ_z un observable S_z operador
con e-valores $\hbar/2$ y $-\hbar/2$ asociados a e-vectores

$$S_z|+\rangle = +\frac{\hbar}{2}|+\rangle$$
$$S_z|-\rangle = -\frac{\hbar}{2}|-\rangle$$

con $\langle+|+\rangle = \langle-|-\rangle = 1$ y $\langle+|-\rangle = 0$

- Un estado general tiene la forma $|\psi\rangle = \alpha|+\rangle + \beta|-\rangle$ con $|\alpha|^2 + |\beta|^2 = 1$
- En la base $\{|+\rangle, |-\rangle\}$ la representación matricial de S_z es

$$S_z = \frac{\hbar}{2}\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$$

- Hay otros observables S_x y S_y

$$S_x = \frac{\hbar}{2}\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \quad \text{y} \quad S_y = \frac{\hbar}{2}\begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix}$$

- Los e-valores de S_x, S_y y S_z deben ser los mismos, por simetría.
- S_x, S_y, S_z no conmutan.
- $\vec{S} = (S_x, S_y, S_z)$

$\vec{\mu} = \gamma \vec{S}$ el momento magnético del átomo es proporcional a su momento angular (espín)

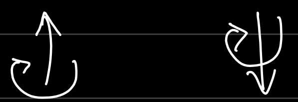
$$H = -\vec{\mu}\cdot\vec{B} \qquad \vec{B} = B_z \hat{e}_z$$

$$H = -\gamma B_z \vec{S}\cdot\hat{e}_z = \overbrace{-\gamma B_z}^{\text{para } \omega_z = -\gamma B_z} S_z = \omega_z S_z \overset{\text{en la base } \{|+\rangle, |-\rangle\}}{=} \frac{\hbar}{2}\begin{pmatrix} \omega_z & 0 \\ 0 & -\omega_z \end{pmatrix}$$

Eigenvalores de H:

$$H|+\rangle = \frac{\hbar\omega_z}{2}|+\rangle$$

$$H|-\rangle = -\frac{\hbar\omega_z}{2}|-\rangle$$



Separación ente estados $\hbar\omega_z$.

Si ahora complicamos un poco esto haciendo $\vec{B} = B_z \hat{e}_z + B_x \hat{e}_x$

en la base $\{|+\rangle, |-\rangle\}$

$$H = -\vec{\mu} \cdot \vec{B} = \underbrace{-\gamma B_z}_{\omega_z} S_z \underbrace{-\gamma B_x}_{\omega_x} S_x = \frac{\hbar}{2} \begin{pmatrix} \omega_z & \omega_x \\ \omega_x & -\omega_z \end{pmatrix}$$

Como H ya no es diagonal, $|+\rangle$ y $|-\rangle$ ya no son sus e-vectores.

- Si partimos de $|\psi(0)\rangle = |-\rangle$; ya no es edo. estacionario. Al avanzar t $|-\rangle$ se combina con $|+\rangle$ en $|\psi(t)\rangle$.
- Por esto se suele decir que los terminos fuera de la diagonal "acopla" a los estados de la base.

Diagonalizando H obtenemos.

$$E_\pm = \pm \frac{\hbar}{2} \sqrt{\omega_z^2 + \omega_x^2} \quad \left(\text{Si } \omega_x \to 0 \quad E_\pm \to \pm \frac{\hbar}{2} \omega_z \right)$$

Eigenvectores

$$|\psi_+\rangle = \overbrace{\cos\frac{\theta}{2}}^{\alpha} |+\rangle + \overbrace{\operatorname{sen}\frac{\theta}{2}}^{\beta} |-\rangle$$

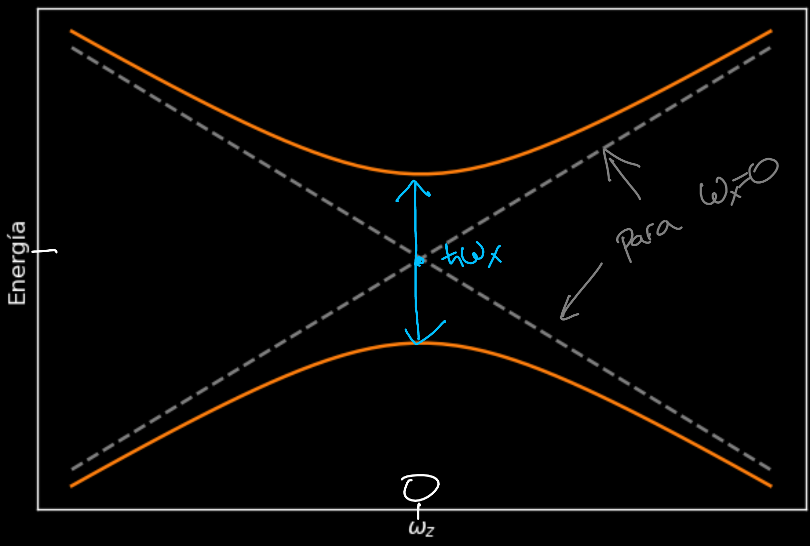
$$|\psi_-\rangle = -\sin\frac{\theta}{2} |+\rangle + \cos\frac{\theta}{2} |-\rangle$$

$$\tan\frac{\theta}{2} = \frac{\omega_x}{\omega_z}$$

Para $\omega_x = 0 \Rightarrow \tan\frac{\theta}{2} = 0 \Rightarrow \operatorname{sen}\frac{\theta}{2} = 0, \ \cos\frac{\theta}{2} = 1$

$|\psi_+\rangle = |+\rangle \ ; \ |\psi_-\rangle = |-\rangle$

Graficando las energías $E_\pm = \pm\frac{\hbar}{2}\sqrt{\omega_z^2+\omega_x^2}$



Para $\omega_x=0$

$$E=\pm\frac{\hbar}{2}\omega_z$$

$$H=\frac{\hbar}{2}\begin{pmatrix}\omega_z & \omega_x\\ \omega_x & -\omega_z\end{pmatrix}$$

$$\omega_z=-\gamma B_z$$

Los términos fuera de la diagonal causan "cruces evitados"