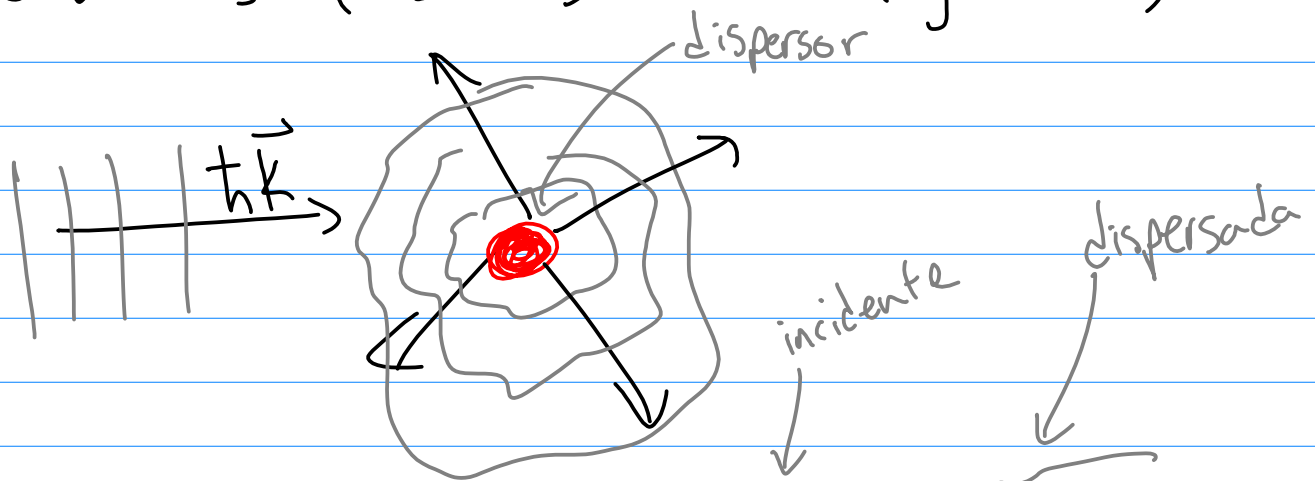


Teoría de dispersión cuántica y resonancias de Feshbach.

- Teoría de dispersión cuántica

Descripción de colisiones entre átomos (estados no ligados).



$$\Psi(\vec{k}, \vec{r}) \approx A(k) \left[e^{i\vec{k}\cdot\vec{r}} + f(\theta, \varphi) \frac{e^{ikr}}{r} \right]$$

Para r grande

↑
distribución angular

Relación entre f y sección eficaz σ

- Una partícula es dispersada si incide sobre un área $d\sigma$. La probabilidad de que esto ocurra es:

$$dP = |\Psi_{\text{incidente}}|^2 dV = |A(k)|^2 (v dt) d\sigma$$

↑
vel incidente promedio

- La prob. de que sea desviada a un ángulo sólido $d\Omega$ es

$$dP = |\Psi_{\text{dispersada}}|^2 dV = \frac{|A(k)|^2 |f|^2}{r^2} (\tilde{v} dt) r^2 d\Omega$$

↑
Vel dispersada

Para colisión elástica $v = \tilde{v}$ y tenemos

$$\frac{d\sigma}{d\Omega}(\theta, \varphi) = |f(\theta, \varphi)|^2$$

amplitud de dispersión

Encontrando f podemos describir las colisiones

Para encontrar f : método de ondas parciales.

$$\psi(\vec{k}, \vec{r}) = \sum_{l=0}^{\infty} \sum_{m=-l}^l c_{lm}(k) R_{lm}(k, r) Y_{l,m}(\theta, \varphi)$$

Condiciones de frontera

$$\psi(\vec{k}, \vec{r}) \approx A(k) \left[e^{i\vec{k} \cdot \vec{r}} + f(\theta, \varphi) \frac{e^{ikr}}{r} \right]$$

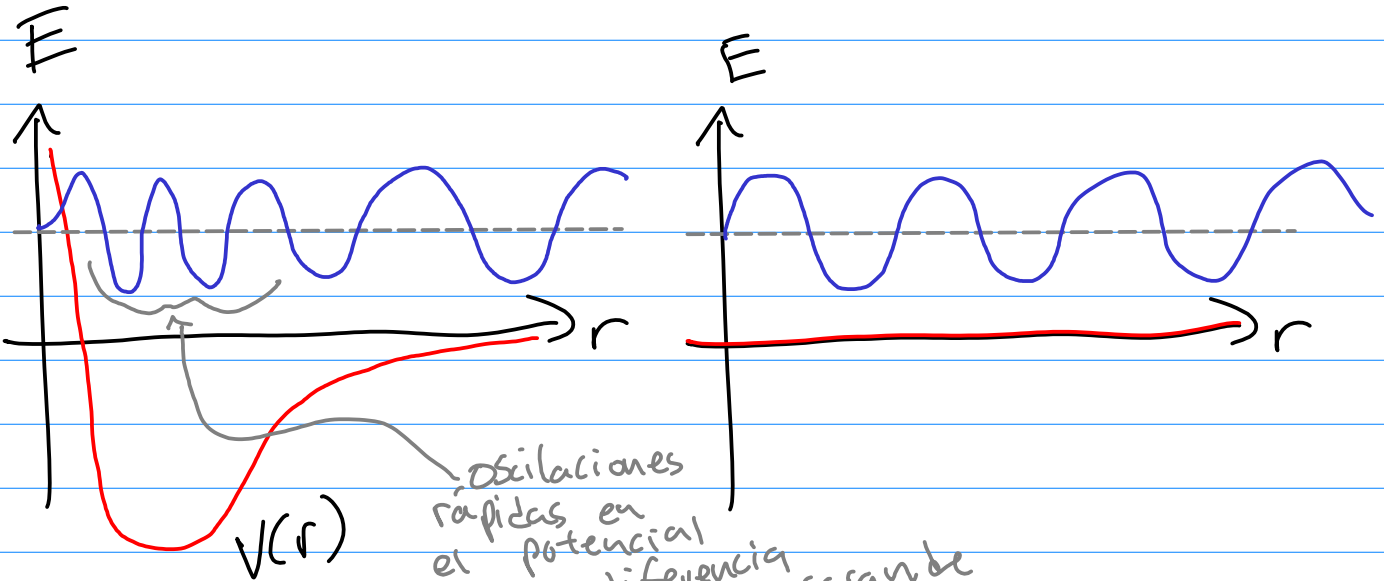
Haciendo cuentas y aprovechando simetría cilíndrica

$$f(\theta) = \sum_{l=0}^{\infty} (2l+1) a_l(k) P_l(\cos\theta)$$

\uparrow $a_l(k) = \frac{1}{k} e^{i\delta_l(k)} \sin\delta_l(k)$
desfasamiento \uparrow

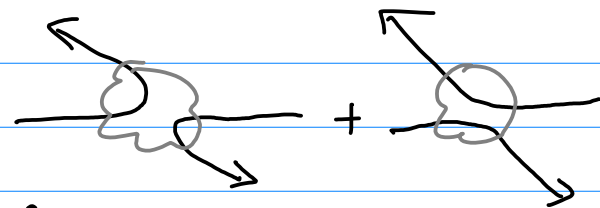
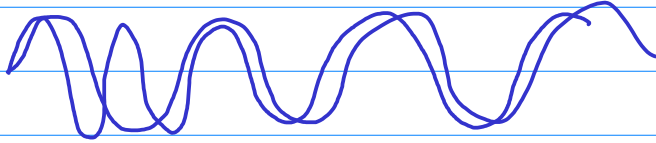
¿Qué son $\delta_l(k)$?

- Queremos describir la colisión entre dos partículas que interactúan por medio de un potencial.



oscilaciones rápidas en el potencial causan diferencia de fase para r grande

desfasamiento.



- Partículas indistinguibles.

Bosones: función de onda simétrica $P_l(\cos(\pi-\theta)) = (-1)^l P_l(\cos\theta)$

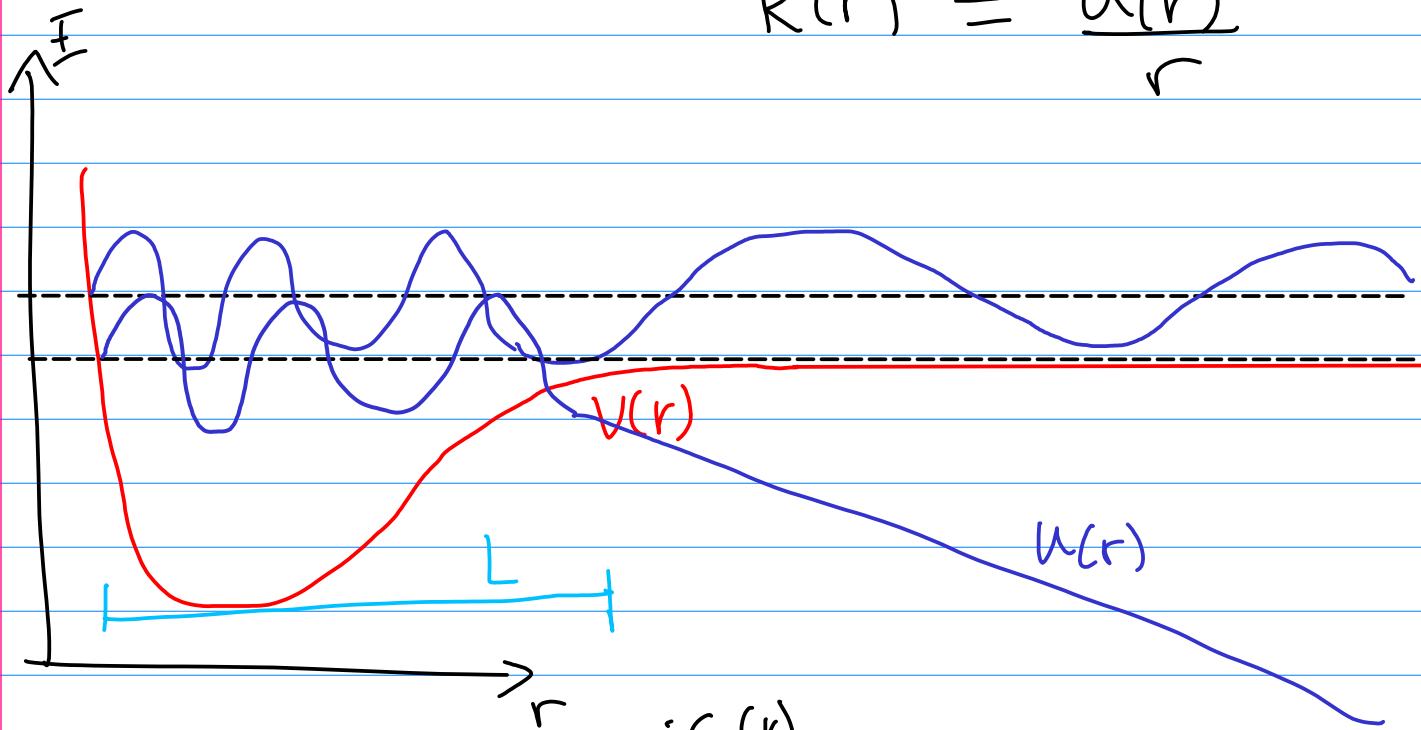
$$f_{\text{sim}}(\theta) = f(\theta) + f(\pi - \theta) = 2 \sum_{l \text{ par}}^{\infty} (2l+1) a_l(k) P_l(\cos\theta)$$

Fermiones: función de onda antisimétrica

$$f_{\text{anti}}(\theta) = f(\theta) - f(\pi - \theta) = 2 \sum_{l \text{ impar}}^{\infty} (2l+1) a_l(k) P_l(\cos\theta)$$

-Bajas energías

$$R(r) = \frac{u(r)}{r}$$



$$a_l(k) = \frac{1}{k} Q^{i\delta_l(k)} \sin \delta_l(k)$$

a bajas energías $KL \ll 1$

$$a_l(k) \sim k^{2l}$$

En el límite $k \rightarrow 0$ sólo $a_0(k) \neq 0$

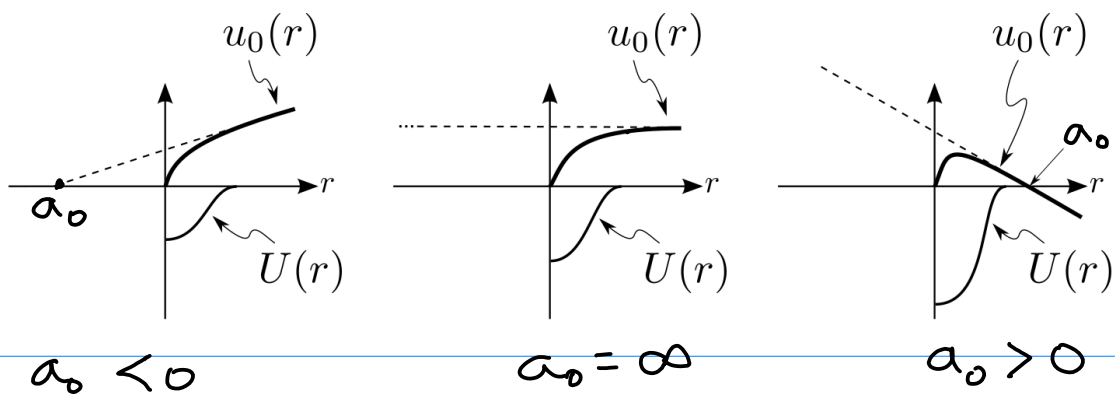
$$a_0 = -\lim_{k \rightarrow 0} a_l(k) \leftarrow \text{longitud de dispersión}$$

y en este caso

$$f(\theta) \rightarrow -a_0$$

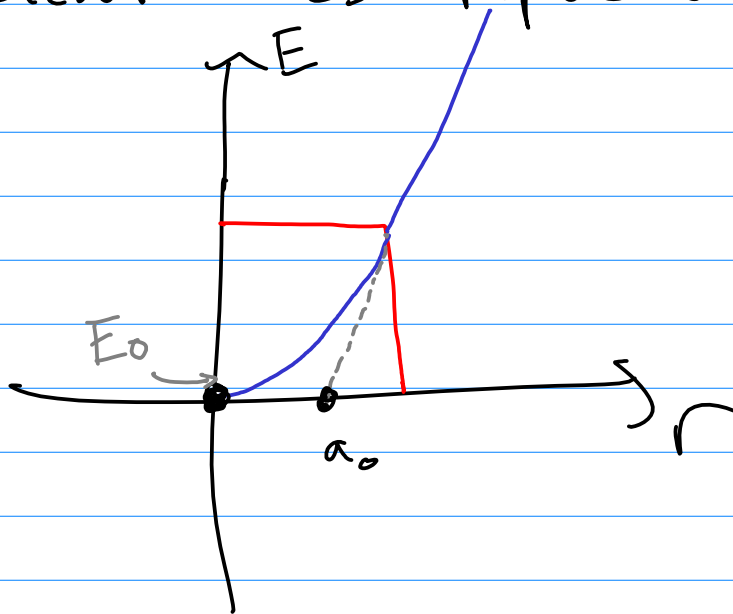
Caracteriza la interacción de contacto en colisiones ultrafrías

Interpretación geométrica de a_0



Observaciones:

1. Si el potencial es repulsivo entonces $a_0 > 0$



2. Si el potencial es atractivo

- a) Si no le caben estados ligados $a_0 < 0$
- b) a punto de caberle un est. ligado $a_0 = \pm \infty$
- c) le cabe un estado ligado $a_0 > 0$

Para más estados ligados alterna entre los casos anteriores.

• Para un gas ultrafrío de Fermiones $a_0 = 0$ (no hay colisiones de onda S).

• Para un gas ultrafrío de Bosones

longitud de dispersión

$$\left(-\frac{\hbar^2}{2m} \frac{\partial^2}{\partial \mathbf{r}^2} + V(\mathbf{r}) + \frac{4\pi\hbar^2 a_s}{m} |\psi(\mathbf{r})|^2 \right) \psi(\mathbf{r}) = \mu \psi(\mathbf{r}),$$

Ecuación de Gross-Pitaevskii

función de onda del condensado

Potencial modelo

~ Como toda la información del potencial de int. está en a_0 , se puede usar un potencial modelo sencillo.

esencialmente $a_0 \delta(r)$

Potencial modelo de Fermi.

- Moléculas de Rydberg

