Interacción de átomos con campos E.M. parte III

Recapitulación

Tasa de transición:

$$W_{ki} = \frac{dP_{i\to k}(t)}{dt}$$

- Absorción: $W_{ki} = \frac{\pi}{2}\left(\frac{e}{2}\right)^2 A_0^2(\omega_{ki})\,|M_{ki}(\omega_{ki})|^2$

$$I = \tfrac{1}{2}\epsilon_0 c \mathcal{E}_0^2 \longrightarrow = \frac{4\pi^2\hbar}{m^2}\,\alpha\,\frac{I(\omega_{ki})}{\omega_{ki}^2}\,|M_{ki}(\omega_{ki})|^2$$

$\mathcal{E}_0 = -\omega A_0$

$\alpha = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{e^2}{\hbar c}$

Sección eficaz de absorción $= \left(\dfrac{\text{tasa de absorción } W_{ki}}{\text{fotones enviados } \frac{I(\omega)}{\hbar\omega}}\right)$

$$\sigma_{ki} = \frac{4\pi\hbar^2\alpha}{m^2\omega_{ki}}\,|M_{ki}(\omega_{ki})|^2$$

- Emisión estimulada

Para la amplitud de transición tenemos:

$$\lambda C_k^{(1)}(t) = -\frac{e}{m}\int_0^\infty d\omega\, A_0(\omega)\Big[\underbrace{e^{i\delta_\omega}\langle\psi_k|e^{i\vec{k}\cdot\vec{r}}\hat{\epsilon}\cdot\vec{\nabla}|\psi_i\rangle\int_0^t dt'\, e^{i(\omega_{ki}-\omega)t'}}_{\text{absorción}} + \underbrace{e^{-i\delta_\omega}\langle\psi_k|e^{-i\vec{k}\cdot\vec{r}}\hat{\epsilon}\cdot\vec{\nabla}|\psi_i\rangle\int_0^t dt'\, e^{i(\omega_{ki}+\omega)t'}}_{\text{emisión}}\Big]$$

$$\overline{M}_{ki}(\omega) = \langle \psi_k | e^{-i\vec{k}\cdot\vec{r}} \hat{\epsilon}\cdot\vec{\nabla} | \psi_i \rangle$$

Integrando por partes y usando $\hat{\epsilon}\cdot\vec{k} = 0$

$$\overline{M}_{ki} = -M_{ki} \implies W_{ki} = \overline{W}_{ki}$$

- Emisión espontánea

Necesitamos QED para describirla

$$\vec{A}_{\vec{k}} \sim \hat{\epsilon} A_0 (a_{\vec{k}} + a^+_{\vec{k}})$$

$$a|n\rangle = \sqrt{n}\,|n-1\rangle$$
$$a^+|n\rangle = \sqrt{n+1}\,|n+1\rangle$$

- Absorción (asociado a a)

\# de fotones

$$W_{ki} = \frac{4\pi^2}{m} \hbar c \alpha \frac{N\hbar}{V\omega_{ki}} |M_{ki}|^2 \delta(\omega - \omega_{ki})$$

volumen de cuantización

- Emisión (asociado a a^+)

$$W_{ki} = \frac{4\pi^2}{m} \hbar c \alpha \frac{(N+1)\hbar}{V\omega_{ki}} |M_{ki}|^2 \delta(\omega - \omega_{ki})$$

Aún cuando no hay fotones en el campo $(N=0)$ tenemos $W_{ki} \neq 0$.

∴ La tasa de transición está determinada por

$$M_{ki} = \langle \psi_k | e^{i\vec{k}\cdot\vec{r}} \hat{\epsilon}\cdot\vec{\nabla} | \psi_i \rangle$$

— Aproximación dipolar

Si $\vec{k}\cdot\vec{r} \leq kr = \frac{2\pi}{\lambda} r$

Para transiciones ópticas o de mayor λ tenemos $r \ll \lambda$.

$$e^{i\vec{k}\cdot\vec{r}} \approx 1$$

En este caso $\vec{A}(\vec{r},t) \approx \vec{A}(t)$
$\vec{\mathcal{E}}(\vec{r},t) \approx \vec{\mathcal{E}}(t)$
$\vec{B}(\vec{r},t) \approx 0$

$$M_{ki}^{D} = \langle \psi_k | \hat{\epsilon}\cdot\vec{\nabla} | \psi_i \rangle = \frac{i}{\hbar} \hat{\epsilon}\cdot\langle \psi_k | \vec{p} | \psi_i \rangle$$

$$= \frac{im}{\hbar} \hat{\epsilon}\cdot\langle \psi_k | \dot{\vec{r}} | \psi_i \rangle \qquad \dot{\vec{r}} = -\frac{i}{\hbar}[\vec{r}, H_0]$$

$$= \frac{m}{\hbar^2} \hat{\epsilon}\cdot\langle \psi_k | \vec{r} H_0 - H_0 \vec{r} | \psi_i \rangle$$

$$= \frac{m}{\hbar^2} (E_i - E_k) \hat{\epsilon} \langle \psi_k | \vec{r} | \psi_i \rangle$$

$$= -\frac{m}{\hbar} \omega_{ki} \hat{\epsilon}\cdot\langle \psi_k | \vec{r} | \psi_i \rangle = \frac{m}{\hbar} \omega_{ki} \hat{\epsilon}\cdot\vec{r}_{ki}$$

Más generalmente

$$i\hbar \frac{\partial}{\partial t} \psi(\vec{r},t) = \left[H_0 + \frac{e}{m}\vec{A}(t)\cdot\vec{p} + \frac{e^2}{2m}A^2(t)\right]\psi(\vec{r},t)$$

Haciendo transformaciones de norma

a) $\psi(\vec{r},t) = \exp\left[-\frac{i}{\hbar}\frac{e^2}{2m}\int^t A^2(t')\,dt'\right]\psi^{v}(\vec{r},t)$

obtenemos

$$i\hbar \frac{\partial}{\partial t}\psi^{v}(\vec{r},t) = \left[H_0 + \frac{e}{m}\vec{A}(t)\cdot\vec{p}\right]\psi^{v}(\vec{r},t)$$

b) $\chi(\vec{r},t) = \vec{A}(t)\cdot\vec{r}$

$$\vec{A} = A' + \nabla\chi \qquad \phi = \phi' - \frac{\partial}{\partial t}\chi$$

$$A' = A - \nabla\chi = A - A = 0 \qquad \vec{\mathcal{E}} = -\frac{d}{dt}\vec{A}$$

$$\phi' = 0 + \frac{\partial}{\partial t}\chi = \frac{d\vec{A}}{dt}(t)\cdot\vec{r} = -\vec{\mathcal{E}}\cdot\vec{r}$$

$$\psi'(\vec{r},t) = \exp\left[\frac{ie}{m}\vec{A}(t)\cdot\vec{r}\right]\psi(\vec{r},t)$$

$$i\hbar\frac{\partial}{\partial t}\psi'(\vec{r},t) = \left[H_0 + e\vec{r}\cdot\vec{\mathcal{E}}(t)\right]\psi'(\vec{r},t)$$

$-\vec{d}\cdot\vec{\mathcal{E}}(t)$

Reglas de selección dipolar

$$\langle \psi_k | \hat{\epsilon} \cdot \vec{r} | \psi_i \rangle$$

polarización

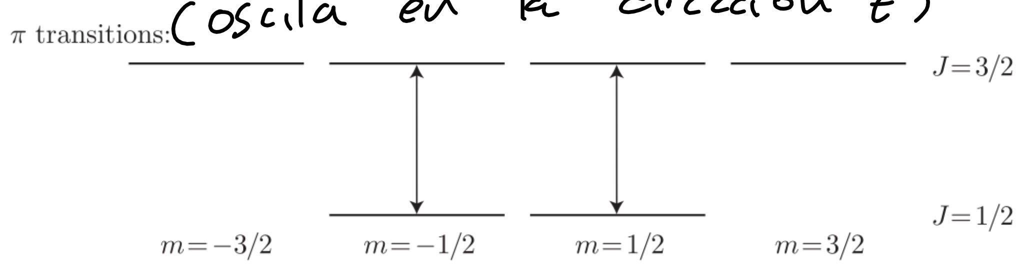
$$\langle \gamma L M | \hat{\epsilon} \cdot \vec{r} | \gamma' L' M' \rangle$$

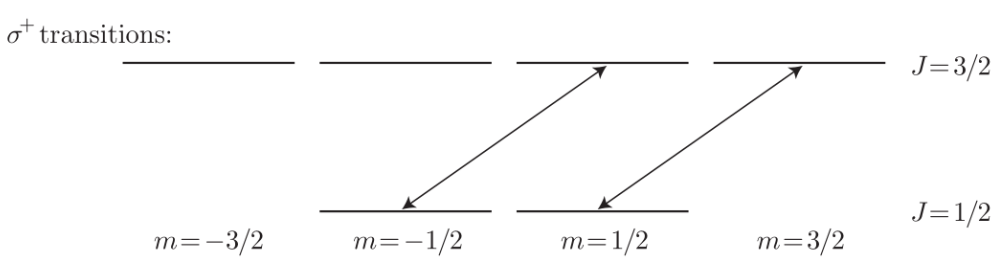
Ver clase del 21/04

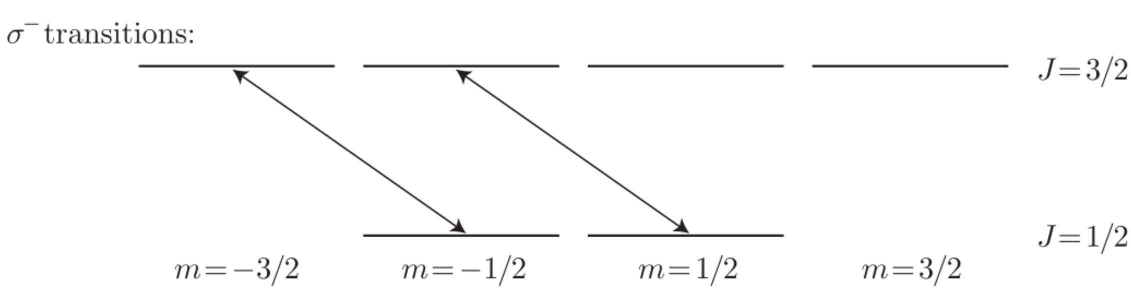
$$\langle \gamma L S J M_J | \hat{\epsilon} \cdot \vec{r} | \gamma' L' S' J' M_J \rangle$$

$$\langle \gamma L S J I F M_F | \hat{\epsilon} \cdot \vec{r} | \gamma' L' S' J' I' F' M'_F \rangle$$

(oscila en la dirección z)







Reglas de selección de estructura fina

$$J' = J \quad \text{o} \quad J' = J \pm 1$$

$$m_J' = m_J \quad \text{o} \quad m_J' = m_J \pm 1 \quad (m_J = m_J' + q)$$

$$J' \neq J \quad \text{si} \quad m_J = m_J' = 0$$