Interacción de átomos con ondas electromagnéticas.

- El campo

$$\vec{\mathcal{E}}(\vec{r},t) = -\nabla\phi(\vec{r},t) - \frac{\partial}{\partial t}\vec{A}(\vec{r},t)$$
$$\vec{B}(\vec{r},t) = \nabla\times\vec{A}(\vec{r},t)$$

Hay libertad de norma (calibración)

Usaremos norma de Coulomb: $\nabla\cdot\vec{A}=0$

- Si no hay cargas

$$\nabla^2\vec{A} - \frac{1}{c^2}\frac{\partial^2}{\partial t^2}\vec{A} = \left[\nabla^2 - \frac{1}{c^2}\frac{\partial^2}{\partial t^2}\right]\vec{A} = 0$$

$$\phi = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\int\frac{\rho(\vec{r}')}{|r-r'|}d^3r' = 0$$

Polarización

$$\vec{A}(\vec{r},t) = A_0(\omega)\,\hat{\epsilon}\cos(\vec{k}\cdot\vec{r}-\omega t+\delta_\omega)$$

con $\omega = kc$ $\quad\vec{k}\cdot\hat{\epsilon}=0$ (para $\nabla\cdot\vec{A}=0$)

ondas transversales

$$\vec{\mathcal{E}}(\vec{r},t) = \mathcal{E}_0(\omega)\,\hat{\epsilon}\sin(\vec{k}\cdot\vec{r}-\omega t+\delta_\omega)$$

$$\vec{B}(\vec{r},t) = \frac{\mathcal{E}_0(\omega)}{\omega}\,\hat{\epsilon}\sin(\vec{k}\cdot\vec{r}-\omega t+\delta_\omega)$$

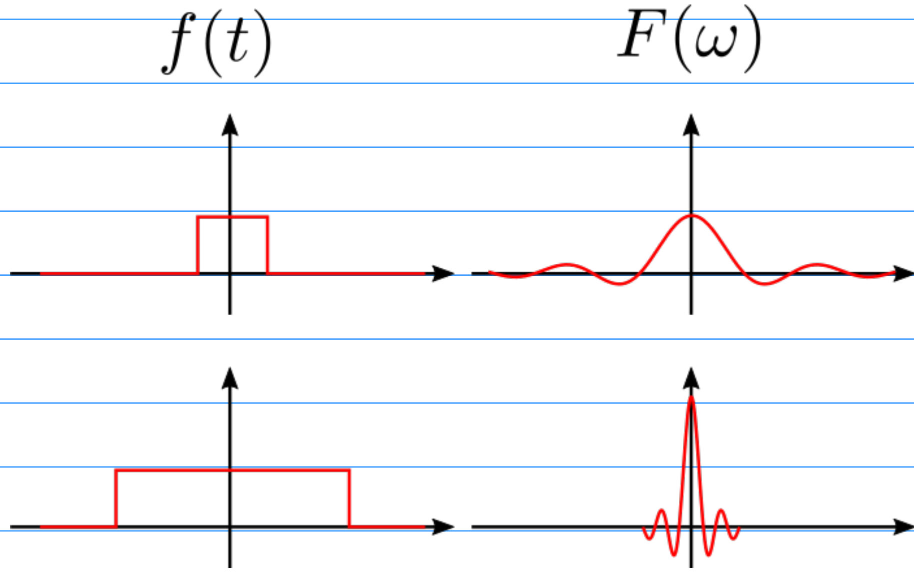
con $\mathcal{E}_0(\omega) = -\omega A_0(\omega)$

En estas unidades $\frac{|B|}{|\mathcal{E}|} = \frac{1}{c}$; $\vec{\mathcal{E}}, \vec{B}, \vec{K}$ son ortogonales

Para un pulso:

distribución de frecuencias

$$\vec{A}(\vec{r},t) = \hat{\mathcal{E}} \int_0^\infty A_0(\omega) \cos(\vec{K}\cdot\vec{r} - \omega t + \delta_\omega)\, d\omega$$



Pulso corto $\Rightarrow$ poco definido en frec.

- 1 partícula cargada interactuando con campos E.M.

$$H = \frac{1}{2m}(\vec{p} - q\vec{A})^2 + q\phi$$

$$= \frac{p^2}{2m} - \frac{q}{2m}(\vec{A}\cdot\vec{p} + \vec{p}\cdot\vec{A}) + \frac{q^2}{2m}A^2 + q\phi$$

En la base de posición, la ec. de Schrödinger es

$$i\hbar \frac{\partial}{\partial t} \psi(\vec{r},t) = \left[-\frac{\hbar^2}{2m} \nabla^2 + \frac{i\hbar q}{2m} \left(\vec{A} \cdot \nabla + \nabla \cdot \vec{A} \right) + \frac{q^2}{2m} A^2 + q\phi \right] \psi(\vec{r},t)$$

$$\vec{A} = \vec{A}' + \nabla \chi$$

$$\phi = \phi' - \frac{\partial}{\partial t} \chi$$

$$\psi = \psi' e^{iq\chi/\hbar}$$

$\therefore$ Observables no cambian bajo cambios de norma.

$$i\hbar \frac{\partial}{\partial t} \psi(\vec{r},t) = \left[-\frac{\hbar^2}{2m} \nabla^2 + i\hbar \frac{q}{m} \vec{A} \cdot \nabla + \frac{q^2}{2m} A^2 \right] \psi(\vec{r},t)$$

Para una sola carga $\phi = 0$ y usamos

$$\nabla \cdot (\vec{A}\psi) = A \cdot \nabla \psi + \cancel{(\nabla \cdot A)} \psi$$

- Para un átomo hidrogenoide con masa nuclear infinita

$$H(t) = \underbrace{-\frac{\hbar^2}{2m}\nabla^2 \underbrace{- \frac{Ze^2}{4\pi\varepsilon_0 r}}_{q\phi}}_{H_0} \underbrace{- i\hbar\frac{e}{m}\vec{A}\cdot\nabla + \frac{e^2}{2m}A^2}_{H_{int}(t)}$$

Esto es $\quad H = H_0 + \frac{e}{m}\vec{A}\cdot\vec{p} + \frac{e^2}{2m}A^2$

¿Qué tiene que ver con $-\vec{d}\cdot\vec{\mathcal{E}}$?

- Para campos débiles $\left(\frac{e}{m}\vec{A}\cdot\vec{p} >> \frac{e^2}{2m}A^2\right)$ se ignora el término A^2.

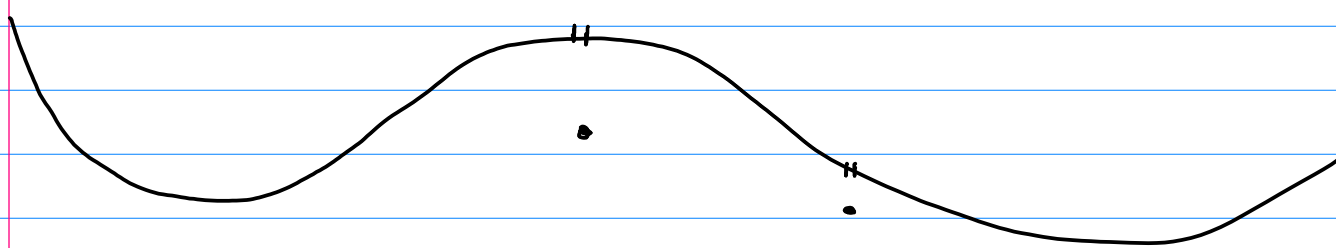
- Otra manera de quitar A^2 es que cuando se vale la aproximación dipolar, el término A^2 se puede eliminar formalmente con una transformación

- Aproximación dipolar

Escala atómica $1 \sim \text{Å}$

Si nos limitamos a discutir transiciones con luz visible o cercana a eso

$$\lambda \sim 400\,\text{nm} - 1\,\mu\text{m}$$



$$\vec{A}(\vec{r},t) = A(t) \qquad \vec{\mathcal{E}}(\vec{r},t) = \vec{\mathcal{E}}(t)$$

$$\vec{B}(\vec{r},t) = \nabla \times A(t) = 0$$