

Física Atómica y Materia Condensada
Semestre 2019-2
Prof: Asaf Paris Mandoki



Tarea 1
Entrega: 19 febrero 2019

Ejercicio 1 : Matriz de densidad

10 Puntos

Mostrar que para un estado puro, que podemos escribir como $\rho = |\psi\rangle\langle\psi|$, el valor esperado definido como $\langle A \rangle = \text{Tr}[A\rho]$ se reduce al caso conocido $\langle A \rangle = \langle\psi|A|\psi\rangle$.

Ejercicio 2 : Estados puros vs. mezclados

15 Puntos

Considere el espacio de Hilbert formado por la base $\{|0\rangle, |1\rangle\}$ y los estados definidos por las matrices de densidad $\rho_0 = \frac{1}{2}|0\rangle\langle 0| + \frac{1}{2}|1\rangle\langle 1|$ y $\rho_1 = |\psi\rangle\langle\psi|$ con $|\psi\rangle = \frac{|0\rangle+|1\rangle}{\sqrt{2}}$.

1. ¿Cuál es el valor esperado del observable definido por el operador $A = |0\rangle\langle 0|$ para los estados ρ_0 y ρ_1 ?
2. ¿Cuál es el valor esperado del observable definido por el operador $B = |\psi\rangle\langle\psi|$ para los estados ρ_0 y ρ_1 ?

Ejercicio 3 : Operador densidad

10 Puntos

Explica brevemente cuál es la ventaja de representar el estado de un sistema cuántico usando el operador de densidad a diferencia de representarlo usando un ket.

Ejercicio 4 : Teoría de perturbaciones

15 Puntos

Considerar el Hamiltoniano dado por

$$H = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & -\Delta \end{pmatrix},$$

y una perturbación

$$W = \begin{pmatrix} 0 & \Omega \\ \Omega & 0 \end{pmatrix}.$$

Responda las siguientes preguntas (puedes auxiliarte con la computadora):

1. ¿Cuáles son los eigenvalores y eigenvecotres de H ?
2. ¿Cuáles son los eigenvalores de $H + W$ de acuerdo a la teoría de perturbaciones de primer y segundo orden?
3. ¿Cuáles son los eigenvalores exactos de $H + W$?

4. Graficar **por computadora** los eigenvalores obtenidos en los incisos anteriores en función de Δ para distintos valores reales de Ω .

Ejercicio 5 : Teoría de momento angular

15 Puntos

Encontrar la representación matricial de los operadores J_x, J_y, J_z en la base

$$\{ |j, m\rangle \text{ con } j = 1/2 \text{ y } m = -1/2, 1/2 \}$$

Sugerencia: Escriba J_x y J_y en términos de J_+ y J_- .

Ejercicio 6 : Momento angular total

15 Puntos

Mostrar que $\mathbf{J} = \mathbf{J}^{(1)} + \mathbf{J}^{(2)}$ es un operador que obedece las reglas de conmutación de un operador de momento angular suponiendo que $\mathbf{J}^{(1)}$ y $\mathbf{J}^{(2)}$ las obedecen.

Ejercicio 7 : Suma de momento angular

20 Puntos

Considera un sistema compuesto de dos subsistemas con número cuántico de magnitud de momento angular $j_1 = 1$ y $j_2 = 1$. Tomando en cuenta que $\mathbf{J} = \mathbf{J}^{(1)} + \mathbf{J}^{(2)}$, responde las siguientes preguntas:

1. ¿Cuáles son los valores posibles de j ?
2. ¿Cómo se escribe $|j = 2, m = 2\rangle$ en la base $|j_1, m_1, j_2, m_2\rangle$?
3. ¿Calcula cómo se escribe $|j = 2, m = 0\rangle$ en la base $|j_1, m_1, j_2, m_2\rangle$?
4. Usa una tabla de coeficientes de Clebsch-Gordan para escribir $|j = 0, m = 0\rangle$ en la base $|j_1, m_1, j_2, m_2\rangle$.
5. Usa una tabla de coeficientes de Clebsch-Gordan para escribir $|j_1 = 1, m_1 = 0, j_2 = 1, m_2 = 0\rangle$ en la base $|j, m\rangle$.