

Física Atómica y Materia Condensada
Semestre 2019-1
Prof: Asaf Paris Mandoki



Tarea 4
Entrega: 30 octubre 2018

Ejercicio 1 : Aproximaciones para efecto Zeeman

15 Puntos

En clase encontramos el comportamiento de los niveles de energía hiperfinos del estado base de hidrógeno al aplicar un campo magnético. Los niveles que obtuvimos fueron

$$E_1 = \frac{\mathcal{A}\hbar^2}{4} + \hbar\omega_0$$

$$E_2 = \frac{\mathcal{A}\hbar^2}{4} - \hbar\omega_0$$

$$E_3 = -\frac{\mathcal{A}\hbar^2}{4} + \sqrt{\left(\frac{\mathcal{A}\hbar^2}{2}\right)^2 + \hbar^2\omega_0^2}$$

$$E_4 = -\frac{\mathcal{A}\hbar^2}{4} - \sqrt{\left(\frac{\mathcal{A}\hbar^2}{2}\right)^2 + \hbar^2\omega_0^2}$$

Muestre que esta solución coincide con las obtenidas en clase en el límite de campo fuerte ($\mathcal{A}\hbar^2 \ll \hbar\omega_0$) y en el límite de campo débil ($\mathcal{A}\hbar^2 \gg \hbar\omega_0$).

Ejercicio 2 : Efecto Zeeman para el estado base de litio-6

20 Puntos

Los números cuánticos para el estado base de litio-6 son $I = 1$, $S = 1/2$, $L = 0$.

- El hamiltoniano hiperfino tiene la forma $\mathcal{A}\mathbf{I} \cdot \mathbf{J}$. Como consideramos el caso $L = 0$ podemos hacer $\mathbf{J} = \mathbf{S}$. ¿Cuáles son los valores posibles de F ? ¿Cuál es la separación en frecuencia entre estos estados debido al hamiltoniano hiperfino? ¿Cuántos estados en total hay contando los estados con distinta proyección de momento angular total?
- Escribe todos los estados posibles en la base $|F, m_F\rangle$ y en la base $|m_I, m_S\rangle$. No es necesario que escribas una como combinación lineal de la otra.
- El hamiltoniano hiperfino para el estado base ($L = 0$), incluyendo la interacción con campos magnéticos estáticos es

$$H_Z = \mathcal{A}\mathbf{I} \cdot \mathbf{S} + 2\omega_0 S_z$$

con ω_0 la frecuencia de Larmor como la definimos en clase. Usando que

$$\mathbf{I} \cdot \mathbf{S} = I_z S_z + \frac{1}{2}(I_+ S_- + I_- S_+)$$

escribe H_Z de forma matricial en la base $|m_I, m_S\rangle$. Recuerda que ya calculaste parte de esta matriz en la tarea 2.

- d. En la página del curso puedes encontrar un programa de python que diagonaliza este hamiltoniano en función de ω_0 para el caso con $S = 1/2$ e $I = 1/2$. Modifica este programa o escribe uno propio en tu lenguaje preferido para el caso de este problema y grafica tus resultados.

Ejercicio 3 : Marco rotante

15 Puntos

- a. Obtén las ecuaciones de movimiento para las componentes c_g y c_e del vector de estado cuántico

$$|\psi\rangle = c_g |g\rangle + c_e |e\rangle,$$

bajo la evolución dada por el Hamiltoniano

$$H = \hbar\omega_0 |e\rangle\langle e| + \frac{\hbar\Omega}{2} (\sigma e^{i\omega t} + \sigma^\dagger e^{-i\omega t}).$$

- b. Haz una transformación al marco rotante definiendo

$$\tilde{c}_e = c_e e^{i\omega t},$$

y reescribe las ecuaciones de movimiento en términos de \tilde{c}_e .

- c. Por otro lado, definiendo el estado cuántico del marco rotante

$$|\tilde{\psi}\rangle = c_g |g\rangle + \tilde{c}_e |e\rangle,$$

muestra que la ecuación de las componentes de este estado bajo el Hamiltoniano rotante

$$\tilde{H} = -\hbar\delta |e\rangle\langle e| + \frac{\hbar\Omega}{2} (\sigma + \sigma^\dagger)$$

es equivalente a lo que obtuviste en el inciso anterior.

Ejercicio 4 : Átomo de dos niveles fuera de resonancia

25 Puntos

En clase encontramos las ecuaciones diferenciales para las componentes del vector de estado $|\psi(t)\rangle = c_g(t) |g\rangle + \tilde{c}_e(t) |e\rangle$ para el átomo de dos niveles. Éstas tienen la forma

$$\begin{aligned} \dot{c}_g &= -i\frac{\Omega}{2}\tilde{c}_e \\ \dot{\tilde{c}}_e &= -i\frac{\Omega}{2}c_g + i\delta\tilde{c}_e, \end{aligned}$$

donde $\delta = \omega - \omega_0$. En la página del curso puedes encontrar un programa que resuelve numéricamente el caso resonante ($\delta = 0$) de este problema.

- a. Modifica ese programa o escribe uno propio para graficar $P_e(t) = c_e^*(t)c_e(t)$ y $P_g(t) = c_g^*(t)c_g(t)$ para $\delta = 0, \Omega, 5\Omega, 10\Omega$ y $P_e(0) = 0$. Haz las gráficas de tal modo que te permitan comparar fácilmente entre los distintos casos. Escoge una escala de tiempo razonable que te permita observar varios periodos de oscilación. Es importante que la gráfica sea clara.
- b. ¿Qué diferencia hay entre caso fuera de resonancia respecto al caso resonante?

Ejercicio 5 : Átomo de dos niveles con decaimiento

25 Puntos

Para tratar la posibilidad de el átomo realice un decaimiento espontáneo es necesario tratar el sistema de dos niveles usando matrices de densidad. Las ecuaciones de evolución obtenidas en clase para este caso fueron

$$\begin{aligned}\dot{\rho}_{ee} &= +i\frac{\Omega}{2}(\rho_{eg} - \rho_{ge}) - \Gamma\rho_{ee} \\ \dot{\rho}_{ge} &= -i\frac{\Omega}{2}(\rho_{ee} - \rho_{gg}) - i\delta\rho_{ge} - \frac{\Gamma}{2}\rho_{ge} \\ \dot{\rho}_{eg} &= +i\frac{\Omega}{2}(\rho_{ee} - \rho_{gg}) + i\delta\rho_{eg} - \frac{\Gamma}{2}\rho_{eg} \\ \dot{\rho}_{gg} &= -i\frac{\Omega}{2}(\rho_{eg} - \rho_{ge}) + \Gamma\rho_{ee}.\end{aligned}$$

- a. Modifica el programa anterior para tratar este sistema de 4 ecuaciones diferenciales. Grafica la probabilidad de estar en el estado excitado $\rho_{ee}(t)$ para $\delta = 0, \Gamma = 0, 0.2\Omega, 0.5\Omega, \Omega, 2\Omega$ y para $\delta = 3\Omega, \Gamma = 0.2\Omega$. Haz las gráficas de tal modo que te permitan comparar fácilmente entre los distintos casos. Escoge una escala de tiempo razonable que te permita observar varios periodos de oscilación. Es importante que la gráfica sea clara.
- b. ¿Qué pasa con la amplitud de las oscilaciones para valores cada vez más grandes de Γ ? ¿Puedes explicar por qué ocurre esto?